Vertikaalsne difusioon HIRLAM-is

Marko Kaasik

Vertikaaalne difusioon: füüsikaline parametriseerimine

Vertikaalse difusiooni kaudu on parametriseeritud impulsi, tajutava soojuse ja niiskuse vood, mis on põhjustatud turbulentsist.

Tegemist on protsessidega, mida ei saa HIRLAMi võrgusammu juures detailselt käsitleda. Turbulentsete keeriste mõõtmed on mõnest sentimeetrist mõnesaja meetrini. õhumassi omaduste ülekandumine keeristega sarnaneb mõningal määral molekulaarse difusiooniga. Seetõttu kasutataksegi HIRLAMis (ja üldse väga sageli mudelites) turbulentse difusiooni koefitsiendi mõistet. Turbulentne difusioon on mitu surusjärku molekulaarsest intensiivsem (koefitsient harilikult vahemikus 1-100 m^2/s), sõltudes atmosfääri stratifikatsioonist, tuule kiirusest, aluspinna karedusest jm. parameetritest. Turbulentse difusiooni koefitsiendid (edaspidi lihtsalt difusioonikoefitsiendid) on üldjuhul erinevad vertikaalsuunas, tuule suunas ja tuulega risti ning sõltuvad tugevasti kõrgusest aluspinna kohal. Horisontaalsed erinevused tulenevad peamiselt aluspinna ja õhumassi omaduste erinevustest.

ülekandeprotsessides atmosfääris on olulisim vertikaalne difusioon, mis tagab impulsi, soojuse ja niiskuse vahetuse aluspinna ja atmosfääri vahel. Horisontaalne difusioon kui füüsikaline protsess on makro- ja mesoskaala meteoroloogilisel modelleerimisel advektsiooni kõrval teisejärguline ülekandeprotsess, kuid difusiooniliikmeid (tegelikest palju suuremate koefitsientidega) kasutatakse võrrandites numbriliste häirete silumiseks. Füüsikaliselt oluline on horisontaalne difusioon õhusaaste leviku arvutustes.

HIRLAMis on kasutatud Segunemispikkuse teooriat Lousi jt. (1981) formuleeringus. Teooria alused ulatuvad tagasi Prandtli (1925) ja Boussinesq'i (1897) töödesse.

Potentsiaalse temperatuuri asemel kasutatakse difusioonivõrrandites kuiva staatilist energiat $s = c_pT + \varphi$. Pärast teisendatakse temperatuuriks. Lisaks temperatuurile rakendatatakse difusioonivõrrandit veel impuslile (annab tuule kiiruse vertikaalse hõõrdejõust tingitud muutuse). Difusioonivõrrandiga saab kirjeldada iga konservatiivse suuruse levikut (n. passiivne lisand).

Valemid

Vertikaalse difusiooni võrrand suvalise suuruse $\psi = u, \nu, q, s$ jaoks on

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} == \frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial z}\left(\varrho K_\psi \frac{\partial \psi}{\partial z}\right). \tag{1}$$

$$J_\psi = \varrho K_\psi \frac{\partial \psi}{\partial z}, \tag{2}$$

on suuruse ψ vertikaalne voog. Ääretingimused J_ψ jaoks on

$$\begin{aligned} J_\psi &= 0 \qquad \text{kui } p = 0 \\ J_\psi = \varrho C_{\psi_z} |\vec{\nu}(z)|(\psi(z) - \psi_s) &\qquad \text{kui } p = p_s. \end{aligned} \tag{3}$$

Siin C_{ψ_z} on hõõrdekoefitsient. Seos staatilise energia s ja temperatuuri T vahel on vertikaalsest difusioonist tingitud ajaliste tuletiste vahel on:

$$(\frac{\partial s}{\partial t})_{vdif} = c_p(\frac{\partial T}{\partial t})_{vdif} + T(\frac{\partial c_p}{\partial t})_{vdif} + (\frac{\partial \varphi_\nu}{\partial t})_{vdif}. \tag{4}$$

Valemi (4) viimane liige on HIRLAMis arvestamata jäetud. Hõõrdekoefitsient C_{ψ_z} on avaldatud kujul

$$C_{\psi_z} = \left[\frac{k}{\ln(z/z_0)}\right]^2 \cdot f_{\psi_z}(Ri, z/z_0), \tag{5}$$

kus funktsiooni f_{ψ_z} jaoks kasutatakse vastavalt (Louis jt., 1981) kuju

$$\begin{aligned} f_{\psi_z} = 1 - \frac{a_\psi \cdot b \cdot Ri}{1 + 3bc[k/\ln(z/z_0)]^2 \cdot \sqrt{(1 + z/z_0) - Ri}} \qquad & \text{kui } Ri \leq 0 \\ f_{mg} = \frac{1}{1 + 2b \cdot Ri/\sqrt{1 + d \cdot Ri}} \qquad & \text{kui } Ri > 0 \\ f_{ss} = f_{qs} = \frac{1}{1 + 3b \cdot Ri/\sqrt{1 + d \cdot Ri}} \qquad & \text{kui } Ri > 0 \end{aligned} \tag{6}$$

Kasutusel on konstantide väärtused:

$$a_m = 2; a_s = a_q = 3$$

$$b = c = d = 5$$

Richardsoni arv Ri on defineeritud nii:

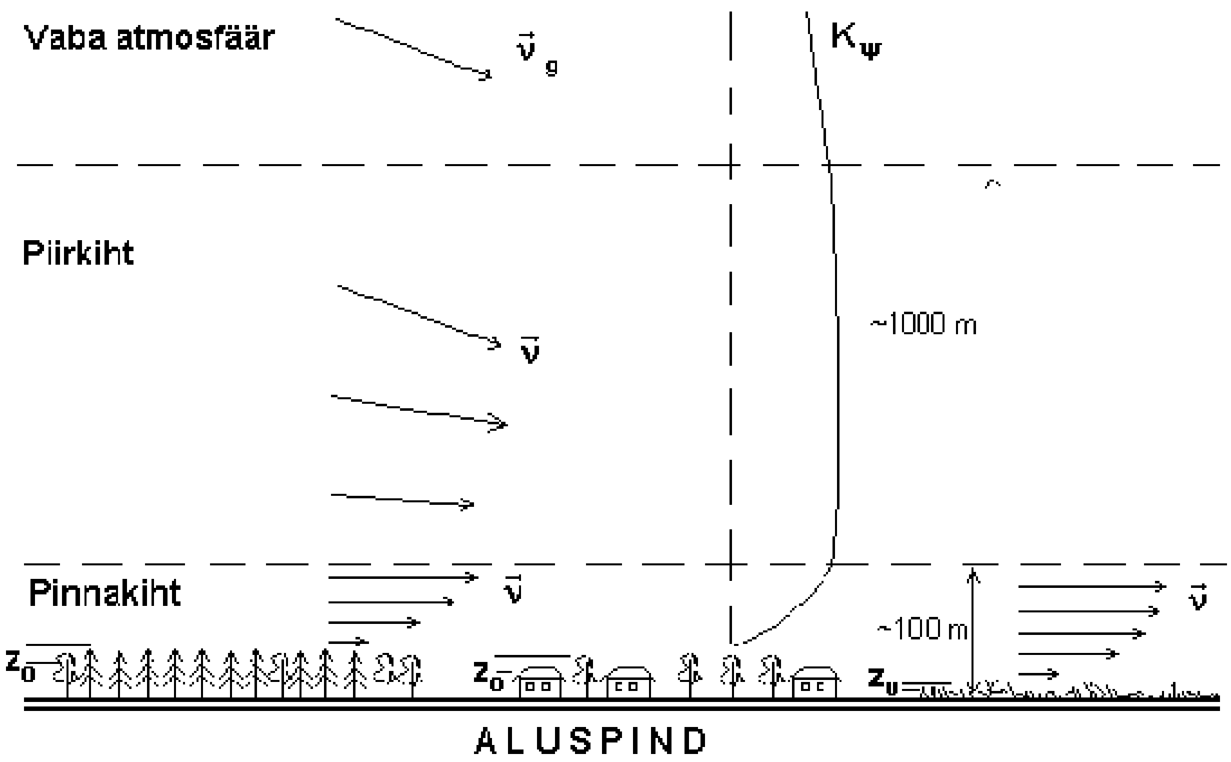
$$Ri = \frac{g \cdot \partial S_v/\partial z}{c_p T_v |\partial \vec{\nu}/\partial z|^2} \approx \frac{\Delta\varphi(c_p \Delta T_v + \Delta\varphi_v)}{c_p T_v |\Delta\vec{\nu}|^2} \tag{7}$$

Virtuaalne staatiline energia $S_v = c_p T_v + \phi_v$, kus T_v on virtuaalne temperatuur, mille definitsioon on

$$T_v = T(1 + (1/\epsilon - 1)q) \tag{8}$$

ja φ_v on geopotentsiaal, mis on saadud valemi $\Delta\varphi_v = g\Delta z = -R_d T_v \Delta \ln p$ vertikaalsel integreerimisel.

Valemid (5)–(7) on sügavalt empiirilised. Richardsoni arv (7) iseloomustab atmosfääri stabiilsust. Ri on positiivne stabiilse stratifikatsiooni ja negatiivne labiilse stratifikatsiooni korral. $Ri = 0$ neutraalse stratifikatsiooni korral. Ri võimaldab arvestada nii konvektiivset kui ka tuulehõõrdest tingitud turbulentsi. Murru lugeja iseloomustab konvektsiooni, murru nimetaja tuulehõõret. Ri väike absoluutväärtus tähendab, et mehaaniline segunemine on ülekaalus ja järelikult on tegemist ligikaudu neutraalse stratifikatsiooniga. Mida labiilsem on termiline stratifikatsioon (ja tugevam segunemine), seda negatiivsem on Ri. Vastupidi, mida tugevamini on turbulents alla surutud stabiilse stratifikatsiooni poolt,



Joonis 1. Peamised kihid atmosfääris

seda positiivsem on Ri. Valemi (7) nimetajas on tuulevektori vertikaalse tuletise all mõeldud nii kiiruse arvväärtuse kui ka suuna muutumist kõrgusega:

$$\left|\frac{\partial \vec{v}}{\partial z}\right|^2 = \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2. \tag{9}$$

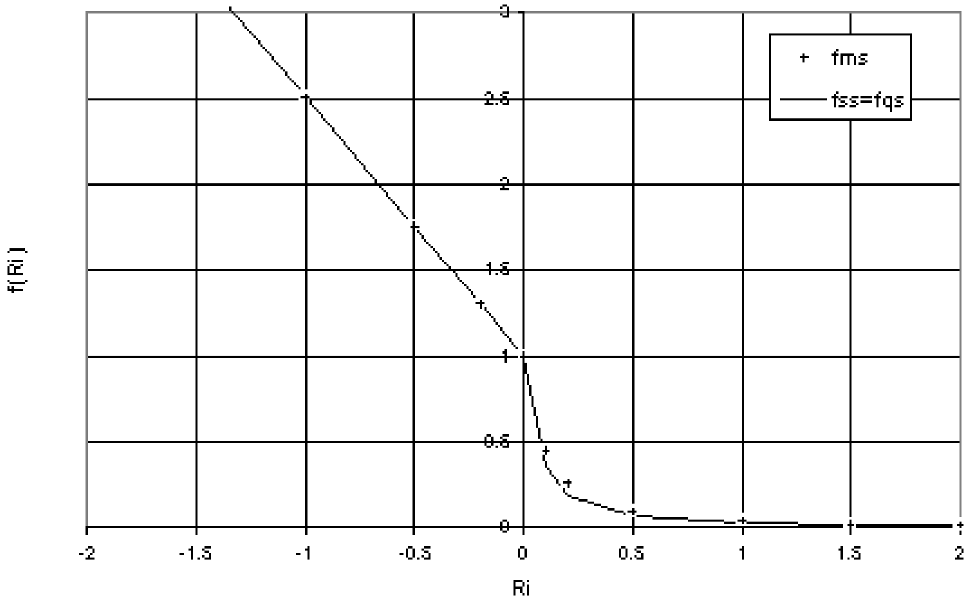
Seega võib tuule suuna muutus anda olulise panuse.

Joonisel 1 näeme, et pinnakihis muutub tuule kiirus kiiresti kõrgusega. Piirkihis domineerib tuule suuna muutus tingituna hõõrdejõu ja Coriolise jõu koostoimest. Kahemõõtmelisel joonisel on tuule suund pööratud alla, tegelikult pöördub see paremale (ülalt vaadates). HIRLAM-is on eeldatud, et kõik mudeli tasemed asuvad ülalpool pinnakihti ning viimane on arvesse võetud vaid alumise taseme voogudes. See võimaldab vältida Monin-Obuhhovi teooria sissetoomist. Stabiilsusfunktsioonid $f(Ri)$ on toodud joonisel 2.

Pöördume tagasi valemi (3) juurde. Ülemisel piirpinnal on difusioonivoog võetud nulliks: temperatuur, impulss jms. aine aine omadused ei saa üle kanduda kosmosesse, kus ainet praktiliselt pole. Mudeli alumise taseme ja aluspinna vahel kasutatakse (3) teist valemit. Voog on võrdeline:

1. difundeeruva suuruse vahega, difundeeruv suurus alumisel tasemel on $\psi(z)$ ja aluspinnal ψ_g;
2. tuule kiirusvektori erinevusega arvestades, et aluspinnal tuult ei ole;
3. poolempiirilise võrdeteguriga C_{ψ_z}, mis sõltub aluspinna karedusest z_0 ja turbulentsi genereerivatest jõududest, mida väljendatakse f_ψ abil.

Karedusparameeter z_0 sõltub aluspinna konarluste kõrgusest (kuid ei ole nendega võrdne, vaid üldjuhul väiksem, näiteks segametsa puhul 0,5 – 1 m, rohumaal mõni cm). $\ln(z/z_0)$ valemis (5) tuleneb aluspinnalähedasest logaritmilisest kiirusprofiilist, mis kehtib täpselt neutraalses atmosfääris. k on von Karmani konstant, mille väärtus kaasaegsetel andmetel on $0,40$. Stratifikatsiooni arvestab f_ψ. Valemid (6) väljendavad kvantitatiivselt tõsiasja, et labiilse stratifikatsiooni korral on ülekanne kiirem ja stabiilse puhul aeglasem kui neutraalsel juhul.



Joonis 2. Stabiilsusfunktsioon Richardsoni arvust

Mudeli tasemete vahel parametriseeritakse difusioon segunemispikkuse teooriast lähtudes:

$$K_\psi = (l_\psi)^2 \cdot \left|\frac{\partial \vec{v}}{\partial z}\right| f_\psi(Ri, \frac{\Delta z}{z}), \tag{10}$$

kus f_ψ on peaaegu sama, mis f_{ψ_z} aga (6) esimeses valemis on murrulugeja erinev:

$$1 + 3bc(l_\psi/\Delta z)^2\sqrt{\Delta z/z}\{[(z+\Delta z)/z]^{1/3} - 1 - Ri\}^{3/2}. \tag{11}$$

Segunemispikkus l_ψ arvutatakse vsatavalt Blackadari (1962) valemitele:

$$l_\psi = \frac{kz}{1 + kz/\lambda(z)}, \tag{12}$$

$$\lambda(z) = \begin{cases} \lambda_B & \text{kui } z < H \\ \lambda_0 + (\lambda_B - \lambda_0)\exp(-\frac{z-H}{H}) & \text{kui } z \geq H. \end{cases} \tag{13}$$

$H = 1000m$ on piirkihi kõrgusskaala (orienteeruv, keskmine, paksus), $\lambda_0 = 30m$ ja λ_B jaoks on kasutatud väärtusi 100 m kuni 300 m.

Valemi (10) saamisel on lähtutud analoogiast molekulaarse difusiooniga: segunemispikkus l_ψ on molekuli vaba tee pikkuse analoog, mis sõltub keeriste mõõtmetest. Järgnevad liikmed arvestavad jällegi tuulehõõrde ja konvektsiooni koosmõju. Valemitega (12) ja (13) arvestatakse segunemispikkuse käiku kõrgusega. Pinnakihis see kasvab, siis jääb piirkihis ligikaudu muutumatuks ja vabas atmosfääris väheneb. Atmosfääri ülemistel tasemetel kasutatud arvutusskeem töötab hästi ülalpool pinnakihti (u. 100 m aluspinnast, stabiilsel juhul tunduvalt vähem), kuid vahetult aluspinna kohal rakendatuna viib sageli difusiooni alahindamisele. Seal tuleks kasutada Monin-Obuhhovi teooriat, mis aga järjekindlal rakendamisel vajab iteratiivset protsessi (difusioonikoefitsiendi arvutamiseks vajatakse turbulentset soojusvoogu).

Madal konvektsioon

Eespool kirjeldatud skeem alahindab labiilsel juhul difusioonivooge, sest need ei ole määratud lokaalsete gradientidega, nagu siin eeldati. Tõusvad ja laskuvad õhuvoolud formeeruvad suuuremas skaalas, kui on mudeli vertikaalne lahutusvõime. Teiselt poolt tuleb arvestada vee kondenseerumise mõju turbulentsile. Ilma selleta annaks mudel liiga liiga madala ja niiske piirkihi laskuvate õhuvooludega aladel.

Kui eriniiskus q ületab kriitilise väärtuse, milleks HIRLAMis on $0{,}95q^*_{sat}$, siis tuuakse sisse modifitseeritud Richardsoni arv (Geleyn, 1986):

$$Ri_* = Ri + \frac{gL \cdot \min[0, \frac{\partial}{\partial z}(q - q^*_{sat})]}{c_p T_v |\partial \vec{\nu}/\partial z|^2}, \tag{14}$$

kus L on vee aurustumissoojus. Valemitesse (6) viiakse sisse sõltuvus suurusest Ri_* uute stabiilsusfunktsioonide $\tilde{f}_\psi$ kaudu, mis on defineeritud seostega (Nielssen ja Sass, 1987)

$$\begin{aligned} (\tilde{f}_m)^2 &= f_m(Ri) \\ \tilde{f}_q \tilde{f}_m &= f_q(Ri, Ri_*)\,. \\ \tilde{f}_s \tilde{f}_m &= f_s(Ri, Ri_*) \end{aligned} \tag{15}$$

Siit avaldatakse f_s ja f_q ning asendatakse valemitesse (6). Eeldatakse, et

$$\tilde{f}_g(Ri_*) = \tilde{f}_q(Ri) = \sqrt{f_g(Ri_*)}. \tag{16}$$

See madala konvektsiooni parametriseerimisskeem ei mõjuta impulsivoogu.

Võrrandite lahendamine

Ajaliseks diferntseerimiseks kasutatakse ilmutamata skeemi:

$$\frac{\psi^*(t+\Delta t)+\psi(t-\Delta t)}{2\Delta t}=\frac{1}{\varrho}\frac{\Delta}{\Delta z}\{\varrho K_\psi[\psi(t-\Delta t)]\cdot\frac{\Delta}{\Delta z}[\hat{\psi}(t-\Delta t)]\},\qquad(17)$$

kus $\hat{\psi}(t-\Delta t)=1,5\psi^*(t+\Delta t)-0,5\psi(t-\Delta t)$ ja $\psi^*(t+\Delta t)$ on difundeeruv suurus $\psi(t-\Delta t)$ suhtes ülejärgmisel ajasammul. Numbrilise stabiilsuse saavutamiseks kasutatakse tsentreeritud diferentsskeemi.

Minnes ka z-koordinaadi sihis üle lõplikele vahedele, saame lineaarvõrrandite süsteemi

$$\psi_k^*(t+\Delta t)=E_k(t-\Delta t)\psi_{k+1}^*(t+\Delta t)+F_{\psi_k}(t-\Delta t),\qquad(18)$$

kus k on vertikaaltaseme indeks ning $E_k(t-\Delta t)$ ja $F_{\psi_k}(t-\Delta t)$ on tuntud funktsioonid vertikaalkoordinaadist, väärtustest $\psi_k(t-\Delta t)$, $\psi_{k+1}(t-\Delta t)$ ja $\psi_{k+1}(t-\Delta t)$ ning temperatuurist, tihedusest ja turbulentse difusiooni koefitsiendist vahelduvvõre punktides $k-1/2$ ja $k+1/2$. Nende konkreetne kuju on väga pikk ja ebaülevaatlik (täielikul kujul toodud HIRLAMi dokumentatsioonis, System 2.5).

Võrrandsüsteem (18) suletakse mudeli alumisel tasemel võrrandiga

$$\psi_n^*(t+\Delta t)=E_n(t-\Delta t)\psi_s(t+\Delta t)+F_{\psi_n}(t-\Delta t),\qquad(19)$$

kus ψ_s on ajasammul $t-\Delta t$. Uue ajasammu $t-\Delta t$ jaoks arvutatakse need hiljem aluspinna parametriseerimise skeemi järgi. Võrrandsüsteem (18),(19) lahendatakse järjestikuste asendustega alates alumisest tasemest (19). Aluspinnal

$$\begin{aligned}u_s=v_s&=0\\ q_s(\text{maa kohal})&=\min[\mathrm{g}\mathrm{q}_{\mathrm{sat}}(\mathrm{T_s})+(1-\mathrm{G})\mathrm{q_n},\mathrm{q}_{\mathrm{sat}}(\mathrm{T_s})]\,,\\ q_s(\text{mere kohal})&=\mathrm{q}_{\mathrm{sat}}(\mathrm{T_{sea}})\end{aligned}\qquad(20)$$

kus T_s on pinna temperatuur maismaal ja T_{sea} merel. G on pinna niiskus, mis on parametriseeritud järgmiselt:

$$G=\begin{cases}F_{sm}+(1-F_{sm})\cdot(a_1+(1-a_1)(W_s/W_{smax})^{a_2}) & \text{maa kohal}\\ 1\quad\text{mere kohal}\end{cases},\qquad(21)$$

kus a_1=0.05 ja a_2=8. W_s on ülemise mullakihi niiskusesisaldus ja W_{smax} vastav maksimaalne niiskusesisaldus. F_{sn} on lume pinna osakaal, mis on parametriseeritud kui

$$F_{sn}=\min(H_{sn}/0,015;1,0),$$

kus H_{sn} on lume vee-ekvivalendi kihi paksus meetrites. Kasutatakse ka kahte eri karedust mere ja maismaa jaoks. Mere karedus vastavalt Charnocki valemile on

$$z_{0sea}=\max(\beta u_*^2/g;1,5\cdot 10^{-5}),$$

kus $\beta=0.018$ ja u_* on hõõrdekiirus (parameeter, mis iseloomustab tuulehõõrdest tingitud turbulentsi aluspinna lähedal). Charnocki valem väljendab asjaolu, et mere karedus sõltub laine kõrgusest, mis kuni teatud väärtuseni on võrdeline mõjuva hõõrdejõuga. Maismaa karedus võetakse konstantseks, kuigi Charnocki valemit (veidi erineva võrdeteguriga) saab rakendada ka lumele ja tuiskliivale.